

PHYSICS

2. दिया है कि निकाय प्रारम्भतः विरामावस्था में है,

अर्थात्, $\vec{V}_{CM} = 0$

$\therefore \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = 0$ या $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = 0$

या $m_1 \frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t} = 0$

या $m_1 \Delta \vec{r}_1 + m_2 \Delta \vec{r}_2 = 0$

अब यहाँ, नाव व्यक्ति निकाय में यदि व्यक्ति दायीं ओर गति करता है तो नाव बायीं ओर गति करती है।

$\therefore m_1 \Delta r_1 = m_2 \Delta r_2$... (1)
($\because \Delta r_1, \Delta r_2$ के विपरीत है)

यदि, तट के सापेक्ष नाव का विस्थापन Δr_2 है, तब तट के सापेक्ष व्यक्ति का विस्थापन $(9 - \Delta r_2)$ होगा।

अर्थात्, $\Delta r_1 = 9 - \Delta r_2$... (2)

समीकरण (1) व (2) से, $m_1(9 - \Delta r_2) = m_2 \Delta r_2$

या $100(9 - \Delta r_2) = 500 \Delta r_2$ या $\Delta r_2 = \frac{100 \times 9}{600} = 1.5$ मीटर

अर्थात्, नाव व्यक्ति के विस्थापन की दिशा के विपरीत तट के सापेक्ष 1.5 मीटर विस्थापित होती है।

3. दिया है कि प्रारम्भ में निकाय विरामावस्था में है, इसलिये $\vec{V}_{CM} = 0$

अब चूँकि कुत्ते द्वारा गति करने में निकाय पर कोई बाह्य बल नहीं लगता है, अतः

$\vec{V}_{CM} = \text{नियतांक} = 0$

अर्थात्, $\frac{m \vec{v}_1 + M \vec{v}_2}{m + M} = 0$ या $m \vec{v}_1 + M \vec{v}_2 = 0$

[चूँकि $(m + M) = \text{परिमित (finite)}$]

या $m \frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t} + M \frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t} = 0$ या $m \Delta \vec{r}_1 + M \Delta \vec{r}_2 = 0$

या $m \Delta \vec{r}_1 + M \Delta \vec{r}_2 = 0$ [चूँकि $\Delta \vec{r} = \vec{d} = \text{विस्थापन}$]

या $m d_1 - M d_2 = 0$ [चूँकि \vec{d}_2, \vec{d}_1 के विपरीत है]

या $m d_1 = M d_2$... (1)

अब, जब कुत्ता नाव के सापेक्ष तट की ओर 4 मी चलता है, तो नाव कुत्ते के विस्थापन के विपरीत तट के सापेक्ष d_2 दूरी खिसक जायेगी। इसलिये, तट के सापेक्ष (तट की ओर) कुत्ते का विस्थापन होगा—

$d_1 = 4 - d_2$... (2)

(अर्थात्, $d_1 + d_2 = d_{\text{आपेक्षिक}} = 4$)

समीकरण (2) से d_2 का मान समीकरण (1) में रखने पर,

$m d_1 = M(4 - d_1)$

या $d_1 = \frac{M \times 4}{m + M} = \frac{20 \times 4}{5 + 20} = 3.2$ मीटर

चूँकि प्रारम्भ में कुत्ता तट से 10 मीटर की दूरी पर था इसलिये अब वह तट से $(10 - 3.2) = 6.8$ मीटर की दूरी पर होगा।

4. दिया है कि प्रारम्भ में निकाय विरामावस्था में है, अर्थात् $\vec{V}_{CM} = 0$

इसलिये, $\vec{V}_{CM} = 0$

अर्थात्, $\frac{m \vec{v} + M \vec{V}}{m + M} = 0$

या $m \vec{v} + M \vec{V} = 0$ [$\because (m + M) = \text{परिमित}$]

अर्थात् $M \vec{V} = -m \vec{v}$... (1)

इसके साथ-साथ, यहाँ यह भी दिया है कि,

$\vec{v}_{\text{आपेक्षिक}} = \vec{v} - \vec{V}$... (2)

समीकरण (2) से \vec{v} का मान समीकरण (1) में रखने पर प्राप्त करते हैं—

$M \vec{V} = -m(\vec{v}_{\text{आपेक्षिक}} + \vec{V})$

या $\vec{V} = -\frac{m \vec{v}_{\text{आपेक्षिक}}}{(m + M)}$... (3)

यह स्पष्ट है कि गुब्बारे की गति की दिशा, व्यक्ति के ऊपर चढ़ने ($\vec{v}_{\text{आपेक्षिक}}$) की दिशा के विपरीत है, अर्थात्, ऊर्ध्वाधरतः नीचे की ओर।

5. प्रश्न 34 में, समीकरण (1) से हमें प्राप्त होता है—

$m \vec{v} + M \vec{V} = 0$ या $m \frac{\Delta \vec{r}_1}{\Delta t} + M \frac{\Delta \vec{r}_2}{\Delta t} = 0$

या $m \Delta \vec{r}_1 + M \Delta \vec{r}_2 = 0$ या $m \Delta \vec{d}_1 + M \Delta \vec{d}_2 = 0$

[$\because \Delta \vec{r} = \vec{d}$]

या $m d_1 - M d_2 = 0$ या $m d_1 = M d_2$... (4)

अब जैसे ही व्यक्ति गुब्बारे की ओर (गुब्बारे के सापेक्ष) L दूरी चढ़ता है तो गुब्बारा भूमि के सापेक्ष d_2 दूरी नीचे की ओर आ जायेगा। इस प्रकार भूमि के सापेक्ष व्यक्ति का ऊर्ध्वमुखी विस्थापन होगा

$d_1 = L - d_2$ (अर्थात्, $d_1 + d_2 = L$) ... (5)

समीकरण (5) से d_1 का मान समीकरण (4) में रखने पर प्राप्त होता है

$m(L - d_2) = M d_2$, अर्थात्, $d_2 = \frac{mL}{m + M}$... (6)

अर्थात्, जब व्यक्ति गुब्बारे के सापेक्ष L दूरी ऊपर चढ़ता है तो गुब्बारा भूमि के सापेक्ष $mL / (m + M)$ दूरी नीचे आ जायेगा।

6. जब व्यक्ति ऊपर चढ़ना बन्द कर देता है, तो $\vec{v}_{\text{आपेक्षिक}} = 0$

इस प्रकार प्रश्न 34 की समीकरण (3) से $\vec{V} = 0$, अर्थात्, गुब्बारा भी नीचे उतरना बन्द कर देगा तथा भूमि के सापेक्ष स्थिर हो जायेगा।

7. प्रश्न 28 का सन्दर्भ लें। दोनों कण उनके द्रव्यमान केन्द्र पर टकराते हैं।

$\therefore P$ से द्रव्यमान केन्द्र की दूरी
 $= \frac{0.1 \times 0 + 0.3 \times 1}{0.1 + 0.3} = 0.75$ मीटर

8. P पर विचार करें—

$s_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2$

या $0.75 = \frac{1}{2} \frac{F}{m_1} t^2 = \frac{1}{2} \times \frac{10^{-2}}{0.1} \times t^2$

$\therefore t = \sqrt{15}$ सेकण्ड

9. पारस्परिक आकर्षण के अन्तर्गत द्रव्यमान केन्द्र विराम में रहता है। अर्थात् वेग शून्य है।

10. द्रव्यमान केन्द्र की समीकरण है—

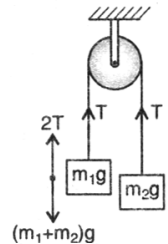
$M \vec{a}_{CM} = \vec{F}_{\text{बाह्य}}$

और चूँकि क्षैतिज दिशा में कोई बाह्य बल क्रियारत नहीं है इसलिये क्षैतिज दिशा में निकाय का द्रव्यमान केन्द्र परिवर्तित नहीं होता है। द्रव्यमान केन्द्र की ऊर्ध्वाधर गति के लिये,

$(a_{CM})_y = \frac{F_{\text{बाह्य}}}{M} = \frac{(m_1 + m_2)g - 2T}{(m_1 + m_2)}$... (1)

इसके अतिरिक्त

$a_{CM} = \frac{m_1 a_1 + m_2 a_2}{m_1 + m_2}$



$$= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} a \quad \left[\because \vec{a}_1 = a \text{ तथा } \vec{a}_2 = -a \right]$$

$$= \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 g \quad \left[\because a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} g \right]$$

किन्तु दोनों गुटकों की गति की समीकरण है—

$$m_1 g - T = m_1 a$$

$$T - m_2 g = m_2 a$$

a को विलुप्त (eliminate) करने पर, प्राप्त होता है

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \quad \dots(2)$$

समीकरण (2) को समीकरण (1) में रखने पर,

$$(a_{CM})_y = \frac{(m_1 + m_2)^2 - 4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} g = \left[\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right]^2 g$$

[नोट—यह स्पष्ट है कि m_1 अथवा m_2 में से चाहे कोई भी अधिक भारी हो, द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण सदैव ऊर्ध्वाधरतः नीचे की ओर दिष्ट है।]

11. कण A पर बल F_A इस प्रकार है—

$$F_A = m_A a_A = \frac{m_A v}{t} \quad \dots(1)$$

इसी प्रकार $F_B = m_B a_B = \frac{m_B \times 2v}{t} \quad \dots(2)$

अब, $\frac{m_A v}{t} = \frac{m_B \times 2v}{t} \quad [\because F_A = F_B]$

इसलिये $m_A = 2m_B$

अतः, निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की चाल है

$$V_{CM} = \frac{m_A v_A + m_B v_B}{m_A + m_B} = \frac{2m_B v - m_B 2v}{2m_B + m_B} = 0$$

12. यहाँ, निकाय का द्रव्यमान केन्द्र अपरिवर्तित रहता है। जब द्रव्यमान m द्वारा तय की गयी दूरी $L \cos \theta$ है। माना द्रव्यमान $(m + M)$ पीछे की ओर x दूरी तय करता है।

$$\therefore (M + m)x - mL \cos \theta = 0$$

$$\therefore x = mL \cos \theta / (m + M)$$

13. भूमि से टकराने से पहले द्रव्यमान केन्द्र द्वारा तय की गयी दूरी

$$= R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

(चूँकि विस्फोट के बलों के कारण द्रव्यमान केन्द्र का पथ परिवर्तित नहीं होता है।)

14. चूँकि P स्वतन्त्रतापूर्वक गिरती हुई वस्तु है। यह ऊर्ध्वाधरतः नीचे की ओर भूमि से टकराती है, अर्थात् प्रारम्भिक बिन्दु से $R/2$ की दूरी पर। चूँकि द्रव्यमान केन्द्र प्रारम्भिक बिन्दु से R दूरी पर भूमि से टकराता है, तब—

$$X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$\therefore R = \frac{\frac{m}{2} \times \frac{R}{2} + \frac{m}{2} \times x_2}{m} \quad \text{या } x_2 = 2R - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

15. द्रव्यमान केन्द्र की गति उस वस्तु की स्थानान्तरण गति के समरूप है जिसे हवा में फेंका गया है।

$$u_x = u \cos \theta = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ मी/से तथा } u_y = u \sin \theta = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ मी/से}$$

$$v_x = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ मी/से } (\because \text{क्षैतिज वेग में कोई परिवर्तन नहीं है})$$

$$v_y^2 - u_y^2 = 2(-g)(h)$$

$$\text{या } v_y^2 = u_y^2 - 2gh = \frac{100}{2} - 2 \times 10 \times 1 = 30$$

\therefore द्रव्यमान केन्द्र का शुद्ध (net) वेग

$$= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{100}{2} + 30} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ मी/से}$$

$$16. F_{\text{बाह्य}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{16^2 + 8^2} = 8\sqrt{5} \text{ न्यूटन ;}$$

$$M = m_1 + m_2 = 8 + 8 = 16 \text{ किग्रा}$$

$$\therefore \vec{F}_{\text{बाह्य}} = M \vec{a}_{CM} \text{ या } |\vec{a}_{CM}| = \frac{F_{\text{बाह्य}}}{M} = \frac{8\sqrt{5}}{16} = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ मी/से}^2$$

$\vec{a}_{CM}, \vec{F}_{\text{बाह्य}}$ की दिशा में उत्पन्न होता है। $\vec{F}_{\text{बाह्य}}$ द्वारा x -अक्ष से बनाया गया कोण है

$$= \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x} = \tan^{-1} \frac{16}{8} = \tan^{-1} (2)$$

17. $\vec{F}_{\text{बाह्य}} = M \vec{a}_{CM}$ अर्थात्, $\vec{a}_{CM}, \vec{F}_{\text{बाह्य}}$ की दिशा में स्थित है।

$$\text{यहाँ } \vec{F}_{\text{बाह्य}} = 5(2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}); \vec{a}_{CM} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$$

चूँकि $\vec{F}_{\text{बाह्य}}$ तथा \vec{a}_{CM} की दिशा समान नहीं है। अतः दिये गये आँकड़ें सही नहीं हैं।

$$18. R_{CM} = \frac{12 \times 0 + 16 \times 1.12 \times 10^{-10}}{12 + 16}$$

$$= \frac{16}{28} \times 1.12 \times 10^{-10} \text{ मीटर} = 0.64 \times 10^{-10} \text{ मीटर}$$

19. $m_1 = 10$ किग्रा, $m_2 = 2$ किग्रा

$$\vec{v}_1 = 2\hat{i} - 7\hat{j} + 3\hat{k}; \vec{v}_2 = -10\hat{i} + 35\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{10(2\hat{i} - 7\hat{j} + 3\hat{k}) + 2(-10\hat{i} + 35\hat{j} - 3\hat{k})}{10 + 2}$$

$$= 2\hat{k} \text{ मी/सेकण्ड}$$

$$20. X_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots} = \frac{ml + 2m \cdot 2l + 3m \cdot 3l + \dots}{m + 2m + 3m}$$

$$= \frac{ml(1 + 4 + 9 + \dots)}{m(1 + 2 + 3 + \dots)} = \frac{l \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}{\frac{n(n+1)}{2}}$$

$$= \frac{l(2n+1)}{3}$$

$$21. a_{CM} = \frac{m_1 a_1 + m_2 a_2}{m_1 + m_2}$$

$$m_1 = m_2 = m, \quad a_1 = 0; \quad a_2 = a$$

$$\therefore a_{CM} = \frac{ma}{2m} = \frac{a}{2}$$

22. हम जानते हैं कि, चूँकि सभी गेंदें द्रव्यमान तथा त्रिज्या में समरूप हैं, अतः निकाय का द्रव्यमान केन्द्र उनके द्वारा निर्मित त्रिभुज की माध्यिकाओं के कटान बिन्दु (point of intersection) पर स्थित होगा।

$$24. a = \frac{3m - m}{3m + m} g = \frac{g}{2}$$

$$\text{द्रव्यमान केन्द्र का त्वरण} = \frac{3m \times \frac{g}{2} - \frac{mg}{2}}{3m + m} = \frac{g}{4}$$

$$25. \text{निकाय का त्वरण, } a = \frac{mg \sin 60^\circ - mg \sin 30^\circ}{2m}$$

$$\text{या } a = \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{4} \right) g$$

$$\text{अब } \vec{a}_{\text{उभयनिष्ठ}} = \frac{m\vec{a}_1 + m\vec{a}_2}{2m}$$

यहाँ \vec{a}_1 तथा \vec{a}_2 , दोनों का परिमाण $\left(\frac{\sqrt{3}-1}{4}\right)g$ है तथा दोनों एक-

दूसरे से समकोण पर स्थित हैं।

$$\text{अतः } |\vec{a}_{\text{उभयनिष्ठ}}| = \frac{\sqrt{2}}{2} a = \frac{a}{\sqrt{2}} = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{4\sqrt{2}}\right)g$$

26. जब तक $m_1 = m_2$ नहीं है, सभी चार कणों का द्रव्यमान केन्द्र कभी भी वर्ग के केन्द्र पर नहीं हो सकता है।

27. प्रत्येक क्षण पर दायीं ओर तथा बायीं ओर रस्सी में तनाव समान है, फलस्वरूप दोनों पक्षों का संवेग समान है।

$$\therefore Mv = (M-m)(-v) + m(v_r - v)$$

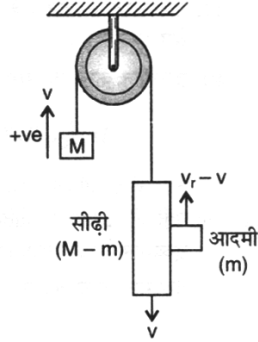
$$\text{या } v = \frac{m}{2M} v_r$$

द्रव्यमान केन्द्र का संवेग है

$$P = P_1 + P_2$$

$$\text{या } 2Mv_{\text{उभय}} = Mv + Mv$$

$$\therefore v_{\text{उभय}} = v = \frac{m}{2M} v_r$$



$$28. \vec{v}_{\text{उभय}} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2} = (\hat{i} + \hat{j}) \text{ मी/से}$$

$$\text{इसी प्रकार, } a_{\text{उभय}} = \frac{\vec{a}_1 + \vec{a}_2}{2} = \frac{3}{2} (\hat{i} + \hat{j}) \text{ मी/से}^2$$

चूँकि $\vec{v}_{\text{उभय}}$ तथा $\vec{a}_{\text{उभय}}$ समान्तर हैं। अतः पथ सरल रेखीय होगा।

29. यदि द्रव्यमान असमान रूप से वितरित है। तब द्रव्यमान केन्द्र मूल बिन्दु से परिधि के बीच कहीं भी स्थित हो सकता है। अतः $0 \leq b \leq a$ ।

30. भूमि के सापेक्ष व्यक्ति का वेग 1 मी/से विपरीत दिशा में है। अतः

$$v_{\text{उभय}} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{40 \times 2 - 80 \times 1}{40 + 80} = 0$$

CHEMISTRY

31. (d)
32. (a) ऐसी अवस्था में कम्प्रेसर काफी समय तक चलता रहता है जो वातावरण को अधिक ऊष्मा देता है तथा कमरा गर्म हो जाता है।
33. (c) हम जानते हैं कि $\Delta E = q + W$
यदि ऊष्मा वातावरण से ली गई है तो $q = 0$
अतः $\Delta E = W$
अर्थात् कार्य आन्तरिक ऊर्जा के सापेक्ष किया गया है तथा $q = 0$ होता है रुद्धोष्म प्रक्रम के लिये।
34. (b) एक ऊष्मागतिकी अवस्था फलन एक राशि है जिसका मान पथ पर निर्भर नहीं करता है। इसका मान तन्त्र की अवस्था पर निर्भर करता है।
35. (c) ऊष्मागतिकी के अन्तर्गत ऊर्जा परिवर्तन, सुसंगतता, क्रिया के विस्तार आदि का अध्ययन करते हैं परन्तु गति तथा क्रियाविधि का अध्ययन नहीं करते हैं।
36. (c) क्रियाकारक नमूना की बन्द बीकर में उपस्थिति — बन्द तन्त्र पदार्थ व ऊर्जा का परिवर्तन — खुला तन्त्र बन्द पात्र में क्रियाकारकों की उपस्थिति — बन्द तन्त्र थर्मस फ्लास्क में क्रियाकारकों की उपस्थिति — विलगित तन्त्र
37. (c)
38. (c) हम जानते हैं कि आन्तरिक ऊर्जा ताप व दाब पर निर्भर करती है। अतः यदि गैस का प्रसार निश्चित ताप व दाब पर किया जाता है तब इसकी आन्तरिक ऊर्जा में कोई प्रभाव नहीं होता है।
39. (a) $W = 2.303 nRT \log \frac{P_2}{P_1}$
 $= 2.303 \times 1 \times 2 \times 300 \log \frac{10}{2} = 965.84$
निश्चित ताप पर, $\Delta E = 0$
 $\Delta E = q + W$;
 $q = -W = -965.84$ कैलोरी
40. (c) दिया गया है; $q = +701$ जूल
(ऊष्मा का शोषण, अतः q धनात्मक होगी)
 $W = -394$ जूल (तन्त्र द्वारा किया गया कार्य, अतः W ऋणात्मक)
ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम से
आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन, $\Delta E = q + W$
 $= +701$ जूल + (-394) जूल = $+307$ जूल
41. (a) एक विलगित तन्त्र के लिये, कोई ऊर्जा परिवर्तन नहीं; ऊष्मा एवं कार्य में अतः ऊष्मागतिकी के प्रथम नियम से
 $\Delta U = q + W$
 $\Delta U = 0 + 0 = 0$
42. (c) मुक्त प्रसार में, $W = 0$
रुद्धोष्म प्रक्रम में, $q = 0$
 $\Delta U = q + W = 0$
इसका अर्थ है आन्तरिक ऊर्जा स्थिर रहेगी
अतः $\Delta T = 0$
आदर्श गैस में अन्तर आणविक आकर्षण नहीं होता
अतः इस प्रकार की गैस का रुद्धोष्म परिवर्तन होता है तो निर्वात में; कोई ऊष्मा अवशोषित या मुक्त नहीं होती है क्योंकि अणुओं को अलग-अलग करने के लिये कोई कार्य नहीं करना पड़ता है।
43. (a) चूँकि तन्त्र बन्द तथा ऊष्मारोधी है अतः ऊष्मा का प्रवाह बाहर-अन्दर नहीं होता है
अर्थात् $q = 0$, $\Delta E = q + W$
44. (d) जैसा कि प्रक्रम में अवस्था परिवर्तन होता है तथा ऊष्मा का

शोषण होता है अतः

$$Q = \text{संहति} \times \text{वाष्पन की गुप्त ऊष्मा}$$

दिया है, संहति = 70.0 ग्राम = 0.07 किलोग्राम

$$L_v = 2260 \text{ किलोजूल प्रति किलोग्राम}$$

$$Q = 0.07 \times 2260 \text{ किलोजूल}$$

$$= 158.2 \text{ किलोजूल} = 158200 \text{ जूल}$$

45. (a) जैसा कि चित्र से स्पष्ट है कि प्रक्रम अनन्त पदों में पूरा हुआ है। अतः यह समतापीय उत्क्रमणीय प्रसार है।

$$W = -2.303nRT \log \frac{V_2}{V_1}$$

$$\text{परन्तु } P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\therefore W = -2.303nRT \log \frac{P_1}{P_2}$$

$$= -2.303 \times 1 \text{ मोल} \times 8.314 \text{ जूल मोल}^{-1}$$

$$\text{केल्विन}^{-1} \times 298 \text{ केल्विन}^{-1} \times \log 2$$

$$= -2.303 \times 8.314 \times 298 \times 0.3010 \text{ जूल}$$

$$= -1717.46 \text{ जूल}$$

46. (c) $W = -P_{\text{बाह्य}} (V_f - V_i) = -2 \times 40 = -80$ ली-बार
 $= -8$ किलोजूल

ऋणात्मक चिन्ह प्रदर्शित करता है कार्य तन्त्र द्वारा वातावरण पर किया गया है। अधिक कार्य किया गया है उत्क्रमणीय प्रसार में, क्योंकि आन्तरिक दाब तथा बाह्य दाब प्रत्येक पद पर समान रहते हैं।

47. (d) जब एक वास्तविक गैस को छिद्रित प्लग में से बलपूर्वक कम दाब वाले क्षेत्र में भेजा जाता है। तो यह पाया गया कि प्रसारण के कारण कम दाब की तरफ गैस टंडी हो जाती है
ताप कम करने की घटना जब एक गैस को उच्च दाब वाले क्षेत्र से कम दाब वाले क्षेत्र में रुद्धोष्म तरीके से प्रसारित किया जाता है तो इसे जूल थॉमसन प्रभाव कहते हैं।
48. (a) संपीडक को अपने वातावरण को ज्यादा ऊष्मा देने के लिए लंबे समय तक चलना पड़ता है।
49. (c) यह जूल-थॉमसन प्रभाव पर आधारित है।
50. (b) एन्थैल्पी एक विस्तृत गुण है।
51. (a) समआयतनिक प्रक्रम के लिए $\Delta V = 0$ इसलिए $q_p = \Delta E$
अर्थात् स्थिर आयतन पर तंत्र को दी गई ऊष्मा ΔE को बढ़ाने में प्रयुक्त होती है।
52. (b) द्रव्यमान/आयतन एक सघन गुण है।
53. (d) ΔQ एक अवस्था फलन नहीं है।
54. (c) रुद्धोष्म प्रक्रम के लिए $\Delta Q = 0$
55. (d) ऊष्मागतिकी का प्रथम नियम द्रव्यमान और ऊर्जा के संरक्षण के नियम के नाम से भी जाना जाता है।
56. (a)
57. (b) $\Delta H = \Delta E + P\Delta V$
58. (a) बम कैलोरीमीटर का उपयोग कार्बनिक यौगिकों की दहन ऊष्मा को ज्ञात करने के लिए होता है, जिसमें एक सीलड दहन कक्ष जिसे बम कहते हैं, होता है। यदि यह प्रक्रम सीलड कंटेनर में होता है जहाँ प्रसार या संकुचन नहीं होता तो $w = 0$ और $\Delta U = q$, $\Delta U < 0$, $w = 0$
59. (a)
60. (d) यदि $\Delta n = -ve$ तब $\Delta H < \Delta E$

MATHEMATICS

61. (b) $(a+2x)^n$ के प्रसार में r वाँ पद ${}^nC_{r-1}(a)^{n-r+1}(2x)^{r-1}$

$$= \frac{n!}{(n-r+1)!(r-1)!} a^{n-r+1}(2x)^{r-1}$$

$$= \frac{n(n-1)\dots(n-r+2)}{(r-1)!} a^{n-r+1}(2x)^{r-1}$$

62. (b) $(1-x)^{-4} = 1 \cdot x^0 + 4x^1 + \frac{4 \cdot 5}{2} x^2 + \dots$

$$= \left[\frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{6} x^0 + \frac{2 \cdot 3 \cdot 4}{6} x + \frac{3 \cdot 4 \cdot 5}{6} x^2 + \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{6} x^3 + \dots + \frac{(r+1)(r+2)(r+3)}{6} x^r + \dots \right]$$

$$T_{r+1} = \frac{(r+1)(r+2)(r+3)}{6} x^r$$

63. (a) $(1+a)^{m+n}$ के प्रसार का व्यापक पद निम्न है

$$T_{r+1} = {}^{m+n}C_r (a)^r$$

a^m के गुणांक के लिए, $r=m$ रखने पर,

$$T_{m+1} = {}^{m+n}C_m a^m$$

$\therefore a^m$ का गुणांक $= {}^{m+n}C_m$... (i)

a^n के गुणांक के लिए, $r=n$ रखने पर,

$$T_{n+1} = {}^{m+n}C_n a^n$$

a^n का गुणांक $= {}^{m+n}C_n = {}^{m+n}C_{m+n-n}$

$$= {}^{m+n}C_m \quad (\because {}^nC_r = {}^nC_{n-r}) \dots (ii)$$

समी (i) व (ii) से, a^m का गुणांक $= a^n$ का गुणांक

64. (c) $(1+x)^{2n}$ के प्रसार में व्यापक पद $= {}^{2n}C_k x^k, 0 \leq k \leq 2n$

$r > 1, n > 2$ के लिए ${}^{2n}C_{3r} = {}^{2n}C_{r+2}$

\Rightarrow या तो $3r = r+2$ या $3r = 2n - (r+2)$ $(\because {}^nC_r = {}^nC_{n-r})$

$\Rightarrow r = 1$ या $n = 2r+1$

$\Rightarrow r > 1 \therefore n = 2r+1$

65. (b) $(3+ax)^9$ के प्रसार में व्यापक पद निम्न है

$$T_{r+1} = {}^9C_r 3^{9-r} a^r x^r$$

x^2 के गुणांक के लिए $r=2$ रखने पर,

$$T_{2+1} = {}^9C_2 3^{9-2} a^2 x^2 \dots (i)$$

x^2 का गुणांक $= {}^9C_2 3^7 a^2$

x^3 के गुणांक के लिए $r=3$ रखने पर,

$$T_{3+1} = {}^9C_3 3^{9-3} a^3 x^3$$

$$= {}^9C_3 3^6 a^3 x^3 \dots (ii)$$

x^3 का गुणांक $= {}^9C_3 3^6 a^3$... (ii)

अनुसार, x^2 का गुणांक $= x^3$ का गुणांक

$${}^9C_2 3^7 a^2 = {}^9C_3 3^6 a^3 \quad [\text{समी (i) व (ii) से}]$$

$$\Rightarrow \frac{9 \times 8}{2} \times 3 \times 1 = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} \times 1 \times a$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{7}{6} \times a \Rightarrow a = \frac{9}{7}$$

66. (c) दिया है, $(1+x)^{24}$

माना दो क्रमागत बढ़ते पद $(r+1)$ वाँ तथा $(r+2)$ वाँ पद हैं

$$T_{r+1} = {}^{24}C_r x^r$$

तथा $T_{r+2} = {}^{24}C_{r+1} x^{r+1}$

अब, गुणांकों का अनुपात $= 1:4$

$$\Rightarrow \frac{{}^{24}C_r}{{}^{24}C_{r+1}} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{r+1}{24-r} = \frac{1}{4} \Rightarrow r = 4$$

\therefore अभीष्ट पद 5वाँ तथा 6वाँ पद होंगे।

67. (b) दिया हुआ व्यंजक $(1+x)^n$ है। दूसरे, तीसरे तथा चौथे पद के गुणांक क्रमशः ${}^nC_1, {}^nC_2$ तथा nC_3 होंगे

चूँकि ${}^nC_1, {}^nC_2, {}^nC_3$ समान्तर श्रेणी में हैं

$$\therefore 2^n C_2 = {}^nC_1 + {}^nC_3$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{{}^nC_1}{{}^nC_2} + \frac{{}^nC_3}{{}^nC_2}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{2}{n-1} + \frac{n-2}{3}$$

$$\Rightarrow n^2 - 9n + 14 = 0$$

$$\Rightarrow n = 2, 7$$

लेकिन $n \neq 2$

अतः $n = 7$

68. (b) यहाँ, $T_4 = {}^nC_3 (a)^{n-3} (-2b)^3$

तथा $T_5 = {}^nC_4 (a)^{n-4} (-2b)^4$

प्रश्नानुसार, $T_4 + T_5 = 0$

$$\Rightarrow {}^nC_3 (a)^{n-3} (-2b)^3 + {}^nC_4 (a)^{n-4} (-2b)^4 = 0$$

$$\Rightarrow (a)^{n-4} (-2b)^3 [a {}^nC_3 + {}^nC_4 (-2b)] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{a}{{}^nC_3} = \frac{2 {}^nC_4}{-2b}$$

$$= \frac{2 \cdot n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{n(n-1)(n-2)}$$

$$= \frac{n-3}{2}$$

69. (a) $(x + x^{\log_{10} x})^5$ के प्रसार में

$$T_3 = {}^5C_2 \cdot x^2 (x^{\log_{10} x})^3 = 10^6 \quad (\text{दिया है})$$

$x=10$ रखने पर, $10^3 \cdot 10^3 = 10^6$ सन्तुष्ट होता है। अतः $x=10$

70. (c) दिया है, $T_1 = {}^nC_0 = 1$... (i)

$$T_2 = {}^nC_1 a x = 6x$$

$$\Rightarrow \frac{n!}{(n-1)!} a = 6 \Rightarrow na = 6 \dots (ii)$$

तथा $T_3 = {}^nC_2 (ax)^2 = 16x^2$

$$\Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} a^2 = 16 \dots (iii)$$

समी (ii) तथा (iii) को हल करने पर $a = \frac{2}{3}$ तथा $n = 9$ है।

71. (a) $\left(2^{1/3} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$ के प्रसार में अन्तिम पद,

$$T_{n+1} = {}^nC_n (2^{1/3})^{n-n} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n \dots (i)$$

$$= {}^nC_n (-1)^n \frac{1}{2^{n/2}} = \frac{(-1)^n}{2^{n/2}}$$

तथा दिया है, $T_{n+1} = \left(\frac{1}{3^{5/3}}\right)^{\log_3 8} = (3^{-5/3})^{\log_3 2^3}$

$$= (3^{-5/3})^3 \log_3 2$$

$$= 3^{\log_3 2^{-5}} = 2^{-5} \dots (ii)$$

समी (i) व (ii) से,

$$\frac{(-1)^n}{2^{n/2}} = 2^{-5} \Rightarrow \frac{(-1)^n}{2^{n/2}} = \frac{(-1)^{10}}{2^5}$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} = 5 \Rightarrow n = 10$$

अब, $T_5 = T_{4+1} = {}^{10}C_4 (2^{1/3})^{10-4} \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4$

$$= \frac{10!}{4!6!} (2^{1/3})^6 (-1)^4 (2^{-1/2})^4$$

$$= 210(2)^2(1)(2^{-2}) = 210$$

72. (b) $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{n-3}$ का व्यापक पद $= T_{r+1}$
 $\therefore T_{r+1} = {}^{n-3}C_r (x)^{n-3-r} \left(\frac{1}{x^2}\right)^r = {}^{n-3}C_r x^{n-3-3r}$

माना T_{r+1} वॉ पद $= x^{2k}$

तब, $n-3-3r=2k$

$\Rightarrow 3(1+r) = n-2k$

$\Rightarrow n-2k, 3$ का गुणक है।

73. (c) $\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3x}\right)^9$ के प्रसार में व्यापक पद

$$T_{r+1} = {}^9C_r \left(\frac{3}{2}x^2\right)^{9-r} \left(-\frac{1}{3x}\right)^r$$

$$= {}^9C_r \left(\frac{3}{2}\right)^{9-r} \left(-\frac{1}{3}\right)^r x^{18-3r} \quad \dots(i)$$

अब, $\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3x}\right)^9$ में x^0, x^{-1} और x^{-3} के पदों के गुणांक निम्न है।

x^0 के लिए, $18-3r=0 \Rightarrow r=6$

x^{-1} के लिए, r का कोई पूर्णांक मान विद्यमान नहीं है।

x^{-3} के लिए, $18-3r=-3 \Rightarrow -3r=-21 \Rightarrow r=7$

$$(1+x+2x^3)\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3x}\right)^9$$

के प्रसार में x से स्वतन्त्र पद का गुणांक

$$= 1 \cdot {}^9C_6 (-1)^6 \left(\frac{3}{2}\right)^{9-6} \left(\frac{1}{3}\right)^6 + 0 + 2 \cdot {}^9C_7 (-1)^7 \left(\frac{3}{2}\right)^{9-7} \left(\frac{1}{3}\right)^7$$

$$= \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \frac{3^3}{2^3} \cdot \frac{1}{3^6} + 2 \cdot \frac{9 \cdot 8}{1 \cdot 2} (-1) \frac{3^2}{2^2} \cdot \frac{1}{3^7}$$

$$= \frac{7}{18} - \frac{2}{27} = \frac{17}{54}$$

74. (c) $\left(\sqrt{x} - \frac{k}{x^2}\right)^{10}$ के प्रसार में

व्यापक पद, $T_{r+1} = {}^{10}C_r (\sqrt{x})^{10-r} \left(\frac{-k}{x^2}\right)^r$
 $= {}^{10}C_r x^{\frac{10-r}{2}-2r} (-k)^r = {}^{10}C_r (-k)^r x^{\frac{10-5r}{2}}$

x से स्वतन्त्र पद के लिए,

$$\frac{10-5r}{2} = 0 \Rightarrow r=2$$

$r=2$ रखने पर, ${}^{10}C_2 (-k)^2 = 405$

$\Rightarrow \frac{10 \times 9}{2} \times k^2 = 405$

$\therefore k = \pm 3$

75. (b) $(1-3x+7x^2)(1-x)^{16}$

$$= (1-3x+7x^2)({}^{16}C_0 - {}^{16}C_1x + {}^{16}C_2x^2 + \dots)$$

गुणा करने के बाद x को समाहित करने वाला पद निम्न है

$$- {}^{16}C_1x - 3 \times {}^{16}C_0x$$

$\therefore x$ का गुणांक $= -16 - 3 = -19$

76. (a) $\left(3x - \frac{2}{x^2}\right)^{15}$ के प्रसार में व्यापक पद

$$T_{r+1} = {}^{15}C_r (3x)^{15-r} \left(\frac{-2}{x^2}\right)^r$$

$$= {}^{15}C_r (3)^{15-r} (-2)^r x^{15-3r}$$

x के लिए स्वतन्त्र पद,

$$15-3r=0 \Rightarrow r=5$$

$\therefore r=5$ रखने पर, अभीष्ट पद $= {}^{15}C_5 (3)^{15-5} (-2)^5$
 $= -3003 (3^{10}) (2^5)$

77. (b) दिया है व्यंजक $= \left(x + \frac{1}{2x}\right)^{2n}$

\therefore मध्य पद $= {}^{2n}C_n (x)^n \left(\frac{1}{2x}\right)^n$

$$= \frac{2n!}{n!n!2^n} = \left\{ \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots (2n-1)(2n)}{n!n!2^n} \right\}$$

$$= \frac{\{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)\} \{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n\}}{n!n!2^n}$$

$$= \frac{\{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)\} \{1 \cdot 2 \cdot \dots n\} 2^n}{n!n!2^n}$$

$$= \frac{\{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)\} n!}{n!n!} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{n!}$$

78. (c) $\left(\frac{1}{x} + x \sin x\right)^{10}$

यहाँ, $x=10$ (सम)

\therefore मध्य पद $= \left(\frac{10}{2} + 1\right)$ वॉ पद $= 6$ वॉ पद

$$T_6 = {}^{10}C_5 \left(\frac{1}{x}\right)^{10-5} (x \sin x)^5$$

$$= 252 (\sin x)^5 = \frac{63}{8}$$

$$= (\sin x)^5 = \frac{1}{32}$$

$$= \sin x = \frac{1}{2}$$

$$= \sin x = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$= x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{6}$$

79. (c) दिया है, व्यंजक $\left(\frac{P}{2} + 2\right)^8$

यहाँ, $n=8$ (सम)

मध्य पद $= \left(\frac{8}{2} + 1\right)$ वॉ पद $= 5$ वॉ पद

$$= T_5 = {}^8C_4 \left(\frac{P}{2}\right)^{8-4} (2)^4 = 1120 \quad (\text{दिया है})$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{P^4}{2^4} \times 2^4 = 1120$$

$$= P^4 = 16$$

$$= P = \pm 2$$

80. (b) $(1+x)^{50} = \sum_{r=0}^{50} {}^{50}C_r x^r$

x की विषम घातों के गुणांकों का योग

$$= {}^{50}C_1 + {}^{50}C_3 + \dots + {}^{50}C_{49}$$

$$= \frac{1}{2} [{}^{50}C_0 + {}^{50}C_1 + \dots + {}^{50}C_{50}]$$

$$= \frac{1}{2} [2^{50}] = 2^{49}$$

81. (b) $(1+x)^{15} = C_0 + C_1x + C_2x^2 + \dots + C_{15}x^{15}$
 $\frac{(1+x)^{15} - 1}{x} = C_1 + C_2x + \dots + C_{15}x^{14}$
 दोनों का x के सापेक्ष अवकलन करने पर,
 $\frac{x \cdot 15(1+x)^{14} - (1+x)^{15} + 1}{x^2} = C_2 + 2C_3x + \dots + 14C_{15}x^{13}$
 रखने पर,
 $C_2 + 2C_3 + \dots + 14C_{15} = 15 \cdot 2^{14} - 2^{15} + 1$
 $= 13 \cdot 2^{14} + 1$

82. (c) $aC_0 - (a+d)C_1 + (a+2d)C_2 - \dots + (n+1)C_n$
 $= aC_0 - C_1 + C_2 - \dots + d(-C_1 + 2C_2 - 3C_3 + \dots)$... (i)
 जानते हैं कि,
 $(1-x)^n = C_0 - C_1x + C_2x^2 - \dots + (-1)^n C_n x^n$... (ii)
 समीकरण का x के सापेक्ष अवकलन करने पर,
 $-n(1-x)^{n-1} = -C_1 + 2C_2x - \dots + (-1)^n C_n n x^{n-1}$... (iii)
 (ii) व समी (iii) में $x=1$ रखने पर,
 $C_0 - C_1 + C_2 - \dots + (-1)^n C_n = 0$... (iv)
 $-C_1 + 2C_2 - \dots + (-1)^n n C_n = 0$... (v)
 समी (i) से, $aC_0 - (a+d)C_1 + (a+2d)C_2 - \dots + (n+1)C_n$
 $= a \cdot 0 + d \cdot 0 = 0$ [समी (iv) व (v) से]

83. (c) $49^n + 16n - 1 = (1+48)^n + 16n - 1$
 $= 1 + {}^n C_1(48) + {}^n C_2(48)^2 + \dots + {}^n C_n(48)^n + 16n - 1$
 $= (48n + 16n) + {}^n C_2(48)^2 + {}^n C_3(48)^3 + \dots + {}^n C_n(48)^n$
 $= 64n + 8^2 {}^n C_2 \cdot 6^2 + {}^n C_3 \cdot 6^3 \cdot 8$
 $+ {}^n C_4 \cdot 6^4 \cdot 8^2 + \dots + {}^n C_n \cdot 6^n \cdot 8^{n-2}$
 $49^n + 16n - 1.64$ से भाज्य है।

84. (a) $\because \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < 3, \forall n > 3$
 अब, $\frac{(1001)^{999}}{(1000)^{1000}} = \frac{1}{1001} \cdot \left(\frac{1001}{1000}\right)^{1000}$
 $= \frac{1}{1001} \left(1 + \frac{1}{1000}\right)^{1000} < \frac{1}{1001} \cdot 3 < 1$
 $(1001)^{999} < (1000)^{1000}$
 अतः $B < A$ या $A > B$

85. (a) $(217)^{1/3} = (6^3 + 1)^{1/3} = 6 \left(1 + \frac{1}{6^3}\right)^{1/3}$
 $\therefore 6 \left(1 + \frac{1}{6^3}\right)^{1/3} = 6 \left[1 + \frac{1}{3 \times 216} - \frac{1 \times 2}{3 \times 3 \times 2} \left(\frac{1}{216}\right)^2 + \dots\right]$
 $= 6 \left(1 + \frac{1}{648}\right)$ (अन्य पदों को छोड़ने पर)
 $= 6.01$

86. (d) $\frac{1}{(x-1)^2(x-2)} = \frac{1}{-2(1-x)^2 \left(1 - \frac{x}{2}\right)}$
 $= -\frac{1}{2} \left[(1-x)^{-2} \left(1 - \frac{x}{2}\right)^{-1} \right]$
 $= -\frac{1}{2} \left[(1+2x+\dots) \left(1 + \frac{x}{2} + \dots\right) \right]$
 अतः नियतांक पद का गुणांक $-\frac{1}{2}$ होगा।

87. (d) $\frac{1}{(4-3x)^{1/2}}$ को $4^{-1/2} \left(1 - \frac{3}{4}x\right)^{-1/2}$ लिखा जा सकता है जोकि वैध होगा, यदि $\left|\frac{3}{4}x\right| < 1$
 $\Rightarrow -\frac{4}{3} < x < \frac{4}{3}$

88. (b) $\frac{1}{(6-3x)^{1/3}} = (6-3x)^{-1/3} = 6^{-1/3} \left[1 - \frac{x}{2}\right]^{-1/3}$
 $= 6^{-1/3} \left[1 + \left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{x}{2}\right) + \frac{\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{4}{3}\right)}{2 \cdot 1} \left(-\frac{x}{2}\right)^2 + \dots\right]$
 $= 6^{-1/3} \left[1 + \frac{x}{6} + \frac{2x^2}{6^2} + \dots\right]$

89. (b) $\frac{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}{1+x + \sqrt{1+x}} = \frac{(1+x)^{1/2} + (1-x)^{2/3}}{1+x + (1+x)^{1/2}}$
 $= \frac{\left[1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \dots\right] + \left[1 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{9}x^2 - \dots\right]}{1+x + \left[1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \dots\right]}$
 $= \frac{2 - \frac{1}{6}x - \frac{17}{72}x^2 + \dots}{2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \dots} = \frac{\left[1 - \frac{1}{12}x - \frac{1}{144}x^2 + \dots\right]}{\left[1 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{16}x^2 + \dots\right]}$
 $= \left[1 - \frac{1}{12}x - \frac{1}{144}x^2 + \dots\right] \left[1 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{16}x^2 + \dots\right]^{-1}$
 $= \left[1 - \frac{1}{12}x - \frac{1}{144}x^2 + \dots\right] \left[1 - \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{16}x^2 + \dots\right) + \dots\right]$
 $= 1 - \frac{5}{6}x + \dots = 1 - \frac{5}{6}x$ (x की उच्च घातों को छोड़ने पर)

90. (b) $\frac{(1-3x)^{1/2} + (1-x)^{5/3}}{2\left(1 - \frac{x}{4}\right)^{1/2}}$
 $= \frac{\left\{1 + \frac{1}{2}(-3x) + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}(-3x)^2 + \dots\right\} + \left\{1 + \frac{5}{3}(-x) + \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(-x)^2 + \dots\right\}}{2\left[1 + \frac{1}{2}\left(-\frac{x}{4}\right) + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{2}\left(-\frac{x}{4}\right)^2 + \dots\right]}$
 $= \frac{2\left[1 - \frac{19}{12}x + \frac{41}{144}x^2 - \dots\right]}{2\left[1 - \frac{x}{8} - \frac{1}{128}x^2 - \dots\right]}$
 $= \left[1 - \frac{19}{12}x + \frac{41}{144}x^2 - \dots\right] \left[1 - \frac{x}{8} - \frac{1}{128}x^2 - \dots\right]^{-1}$
 $= \left[1 - \frac{19}{12}x + \frac{41}{144}x^2 - \dots\right] \left[1 + \left(\frac{x}{8} + \frac{1}{128}x^2 + \dots\right) + \dots\right]$
 $= 1 - \frac{35}{24}x + \dots$

x की उच्च घात छोड़ने पर,
 $a + bx = 1 - \frac{35}{24}x$
 तुलना करने पर, $a = 1, b = -\frac{35}{24}$